

大学編入のための問題演習  
線形代数【基礎】





# 目次

第1章	ベクトル	9
第2章	行列・行列式	17
第3章	連立方程式	27
第4章	固有値と固有ベクトル、対角化	31



# まえがき

大学編入を目指す高専生のあなたへ。この教材にたどり着いていただき、誠にありがとうございます。高専生のあなたにとって、ズーっと、「入試」は苦難の連続だったことでしょう。特に、中学3年生で受験した「高専入試」は、良い教材も、うまく教えられる先生もほとんどおらず、クラスの中でも高専を受験する人は少なく... という状態で、孤独と戦いながら何とか乗り切った記憶があるんじゃないかと思います。

そして今度は、**大学編入試験**。

「高専から有名大学に楽に編入！」なんて言われる時代も昔はありましたが、2018年現在の大学編入試験を見てみると、大学編入は**けっこう大変な選択**であることが多いです。専攻科や技科大であればまだ入学はしやすいものの、国立大学、特に東工大やら旧帝大あたりを狙うとなると、膨大な勉強と、メンタル面での格闘が必要となることでしょう。

しかも大学編入試験には、今まで「決定盤」と言える教材が、せいぜい「本」くらいしか存在していませんでした。それはそれでとても役に立つのですが、この時代、「映像授業」によって、講師が実際に編入対策のサポートをしてくれる... そんなコンテンツが実現されてもいいのではないだろうか、と我々は思いました。そして、「**大学編入試験のプロフェッショナル集団**」として、それを実際に作り出すことを決意しました。

この「大学編入試験のための問題演習」という講座は、大学編入のプロフェッショナルである講師陣が、難しい大学編入試験の問題を、とにかく丁寧に、さらには、「巷の参考書にはかかれないようなノウハウ」をふんだんに交えながら、解説をしまくりです。皆さんは、この講座の「**準拠問題集**」を用いて、着実に「**実践に対応できる力**」をつけてください。そして、「誰かに教えてもらいながら、大学編入試験対策をする」ことの「**良さ**」を、是非ガンガン味わい尽くしてください。

また、この講座だけではなく、「マンツーマンの個別指導」や「アドバイス」、「マネジメント」が必要だという学生には、そのようなプランも「ナレッジスター」でご用意しております。その場合も、遠慮なくまずはご相談下さい。いきなりお金を取ったり、そういうことは絶対にしませんので（笑）

結局のところ、我々は、自分たちが中学生のとき、そして高専生のときに感じてきた

「あまり誰も助けてくれない」という状況、そしてそれに対する学生のみなさんの不安な気持ち。それを解消して、もっとのびのびと、快適に学びまくってほしいということだけを考えています。どうかこの講座が、大学編入を目指す皆さんにとっての道標となりますように。

高専映像塾 ナレッジスター 「大学編入のための問題演習 線形代数」担当 明松真司

# この講座の受け方

この講座は、「大学編入のための問題演習 線形代数【基礎】」です。

- 「大学編入のための問題演習 線形代数【実践】」
- 「大学編入のための問題演習 線形代数【応用】」

もございますので、ご自身のレベルに合う講座を受講してください（「レベル判定フローチャート」をご活用下さい）。

この講座は以下のような流れで受講することを強くお勧めします。

- (1) まずは**予習（自分の現状のレベルを測る/解き方を把握する）**として、1章分の問題を解いてください（解けなくても構いません）。
- (2) 解答、解法の確認、重要ポイントの把握として、**予習をした部分に相当する章の講座を受けて下さい**（その際、自分の答案のどこが間違えていたか、つまづきやすいポイントはどこか、重要なことはなにか... など、講座を受けてメモを取りながら進めてください）。
- (3) 終わったら、**再度自力で、同じ問題を解いてみて下さい**（最初から完答できたときは、これはやらなくてよい）。理解できるまでやりましょう。

編入試験本番に対応できる力は、

**問題演習量×理解の深さ**

で決まります。じっくり時間をかけて、せつかくの映像講義なので「何度も何度も」見ながら着実に力をつけて下さい。



# 第1章

## ベクトル

問題1. 【福井大学】一部改題

ベクトル  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$  の長さ  $|\mathbf{a}|$ ,  $|\mathbf{b}|$ 、内積  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 、なす角  $\theta$  を求めよ。

問題 2. 【鹿児島大学】

ベクトル  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  のとき、その両方に直交する単位ベクトル  $\mathbf{c}$  を求めよ。

問題 3. 【島根大学理学部】

3次元実ベクトル空間  $\mathbb{R}^3$  の4つのベクトルに対して、次の問に答えよ。

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- (1)  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$  は一次独立であることを示しなさい。
- (2)  $\mathbf{a}_4$  を  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$  の一次結合で表わせ。

問題 4. 【北海道大学工学部】

次式の 3 次元ベクトルに関して、次の各設問に答えなさい。

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} p \\ 1 \\ q \end{pmatrix}$$

設問 1.  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  の内積を求め、2 つのベクトルの関係を調べなさい。

設問 2.  $\mathbf{c}$  が  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  と直交するときの  $p, q$  を求めなさい。

設問 3.  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  が一次従属になるような  $p, q$  を求めなさい。

問題 5. 【函館高専専攻科】

$k$  を定数とし、空間内の 3 点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(4, 3, 2k + 1)$ ,  $B(k, 1 - k, 2)$  に対し、2 つのベクトル  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$  のなす角を  $\theta$  とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $k = 2$  のとき、なす角  $\theta$  を求めよ。
- (2)  $\theta = \frac{\pi}{2}$  のとき、2 点  $A, B$  の距離を求めよ。

問題 6. 【京都工芸繊維大 (工芸科学部)】

$\mathbb{R}^4$  の 3 つのベクトル

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

が一次独立であるかどうか調べよ。

問題 7. 【九州大学】

次のベクトルは一次従属であることを示せ。

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

